

# Tentamen Kansrekening (Külske Nieuwe Stijl)

## Alle boeken en eigen notities toegestaan

Donderdag 30 Augustus 2007

1. Een vaas bevat 6 witte ballen en 3 zwarte ballen.
  - a) Er worden 4 ballen zonder terugleggen getrokken. Wat is de verdeling voor het aantal zwarte ballen?
  - b) Er worden ballen zonder terugleggen getrokken tot voor het eerste keer een witte bal verschijnt. Bepaal de verdeling voor het aantal getrokken balletjes en bereken de verwachtingswaarde.
2. 10 procent van de bevolking lijdt aan een ziekte. Er is zijn twee tests ontwikkeld om de ziekte op te sporen. Test A classificeert 85 procent van alle zieken als ziek classificeren, en 85 procent van alle gezonden als gezond. Test B classificeert 95 procent van alle zieken als ziek, en 95 procent van alle gezonden als gezond.

Stel dat de tests onafhankelijk zijn. Hoe groot is de kans dat een persoon ziek is als:

  - (a) beide tests positief zijn
  - (b) precies een van de tests positief is
3. Laat  $X, Y$  onafhankelijke stochastische variabelen zijn met dichtheid  $f_X(x) = x^{\frac{1}{3}} = f_Y(x)$  voor  $0 \leq x \leq 1$ .
  - a) Wat is de dichtheid van  $X^3$ ?
  - b) Bereken verwachtingswaarde en variantie van  $(X + Y)^3$ !
4. Laat  $X$  en  $Y$  onafhankelijke stochasten met dezelfde verdeling zijn. Toon aan dat dan geldt

$$P(|X - Y| > t) \leq 2P(|X| > \frac{t}{2})$$

Hint: Gebruik dat  $|X - Y| > t$  impliceert dat  $|X| + |Y| > t$ , en dit impliceert weer dat  $|X| > \frac{t}{2}$  of  $|Y| > \frac{t}{2}$ .

5. Stel dat  $U$  en  $V$  onafhankelijk exponentieel verdeeld zijn met dichtheid  $f_U(x) = f_V(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbf{1}_{x \geq 0}$ .
  - a) Bereken de verdeling van  $U + V$
  - b) Gebruik de meerdimensionale transformatie formule om te zien dat ook  $U + V$  en  $U/V$  onafhankelijk zijn.